Document annexe

Séquence 1 :

Le tableau complété met en œuvre un certain nombre de relations que l'on peut tenter de faire découvrir aux élèves :

- « les nombres de la 2ème et de la 3ème colonne ont pour somme le nombre total de cartes »
- « pour passer de la 1ère à la 2ème colonne on multiplie par le nombre de joueurs »
- « pour passer d'une ligne à la suivante dans la 3ème colonne on retranche le nombre de joueurs »

Séquence 2 :

Il importe de respecter l'ordre croissant dans les premières colonnes de telle sorte que la référence aux distributions reste possible.
-dans le cas où on a « sauté » des lignes dans le tableau, il est intéressant de noter, par exemple pour le dernier tableau, que : l'écart entre 1 et 6 dans la 1ère colonne est de 5, l'écart sera donc de 30 (5 x 6) au niveau des cartes distribuées (en plus) ou des cartes restantes (en moins).

Séquence 3 :

1-Pour l'égalité proposée, le nombre de cartes du jeu est 59, mais le nombre de joueurs peut être 4 ou 7. Les élèves doivent s'en rendre compte et travailler avec chacune des hypothèses.

2 et 3-Dans tous les cas, on privilégiera l'égalité correspondant à la distribution la plus complète (nombre de cartes restantes inférieur au nombre de joueurs).

Séquence 4 :

1-L'observation de la 1ère et de la 3ème colonne du tableau permet de formuler les règles de passage d'un couple au suivant :

$$(c, d) \rightarrow (\underbrace{c + 1}_{\text{une carte de plus à chaque joueur}}, \underbrace{d - 5}_{\text{cinq cartes de moins qui restent}})$$

2-Les élèves peuvent travailler directement avec des écritures du type a = bc + d ou élaborer des tableaux. En outre ils doivent se servir de leurs connaissances des tables de multiplication.

Exemples :

-On peut s'attendre à l'utilisation des multiples de 6 puisqu'il s'agit de trouver un nombre qui, multiplié par 6, soit le plus près de 59, mais plus petit.

-Sur des distributions avec des nombres plus grands, comme pour 768 cartes à distribuer à 27 joueurs, les élèves pourront procéder par encadrement en faisant varier le multiplicateur :

10 x 27 = 270	« trop faible »
100 x 27 = 2 700	« trop fort »
20 x 27 = 540	« trop faible »
30 x 27 = 810	« trop fort » etc…

-Ils peuvent aussi utiliser des tableaux comme celui-ci :

Nombre de cartes de chaque joueur	Nombre de cartes distribuées	Nombre de cartes restantes
0	0	385
		23 de moins ↕
1	23	362
10 de plus ↕	230 de plus ↕	230 de moins ↕
11	253	132
5 de plus ↕	115 de plus ↕	115 de moins ↕
16	368	17

Les calculs effectués peuvent se traduire par des égalités :

362 = 385 – 23 ; 11 = 10 + 1 ; 10 x 23 = 230 ; 132 = 362 – 230 ; …

-On peut même arriver à cette présentation :

Nombre de cartes par joueur	Nombre de cartes restantes
0	385
10	-230
	155
5	-115
	40
1	-23
16	17

1ère colonne : quotients partiels dont la somme est le quotient de la division

2ème colonne : soustractions successives, le dernier est le reste de la division

On peut permuter les colonnes, indiquer en haut le diviseur : on obtient alors une disposition voisine de la disposition habituelle de la division.

Document annexe

Exemples de résolution :

1-pour le problème concernant les bouteilles :

12 x 100 = 1 200	
12 x 100 = 1 200	
12 x 100 = 1 200	
12 x 5 = 60	
3 660	
12 x 20 = 240	
12 x 1 = 12	donc326 caisses et 8 bouteilles
3 912	

350	320	330	325	326
x12	x12	x12	x12	x12
4 200	3 840	3 960	3 900	3 912
trop grand	trop petit	trop grand	tout près	on ne peut aller plus loin

Donc 326 caisses et 8 bouteilles.

20	20 caisses	240 bouteilles	
x12	40 caisses	480 bouteilles	
240	80 caisses	960 bouteilles	
	160 caisses	1 920 bouteilles	
	320 caisses	3 840 bouteilles	3 840
	5 caisses	60 bouteilles	+ 60
	1 caisse	12 bouteilles	3 900
	326		+ 12
			3 912

12 x 15 = 180	;	3 920 - 180 = 3 740
12 x 200 = 2 400	;	3 740 - 2 400 = 1 340
12 x 100 = 1 200	;	1 340 – 1 200 = 140
12 x 8 = 96	;	140 - 96 = 44
12 x 3 = 36	;	44 - 36 = 8

15 + 200 + 100 + 8 + 3 = 326 donc 326 caisses et 8 bouteilles.

Ce procédé sera exploité par la suite dans la recherche d'une technique, dite par soustractions successives.

Document annexe

1-soustractions successives

Dans le cas des caisses de bouteilles, on peut retenir la procédure qui consiste à calculer différents multiples de 12 (12 x 15, 12 x 200, …) et retrancher successivement ces multiples de 3 920 jusqu'à obtenir un nombre inférieur à 12.
Pour faciliter les calculs, il faut choisir des multiples de 12 simples à calculer d'une part et conduisant à des soustractions simples à effectuer d'autre part.
(exemple : puissances de 10)
La réflexion sur l'organisation des calculs débouchera sur la nécessité de savoir quel est le plus grand multiple de 12 que l'on peut retrancher de 3 920, ce qui donne un ordre de grandeur du quotient.

2-encadrements par des multiples

On constate que les élèves ont essayé d'approcher le plus souvent par défaut, mais aussi parfois par excès, le nombre 3 920 à l'aide de multiples de 12.
Dans un premier temps certains élèves calculent des multiples du diviseur de manière aléatoire. Le plus souvent ils posent les multiplications et comparent le résultat au nombre à atteindre ; cela les conduit à faire un nouvel essai. Dans la majorité des cas, les calculs traînent en longueur.
Il convient alors d'introduire certaines contraintes, notamment en les amenant à calculer systématiquement la différence entre tout nouveau multiple considéré et le nombre à atteindre (cible).