Exercice 1

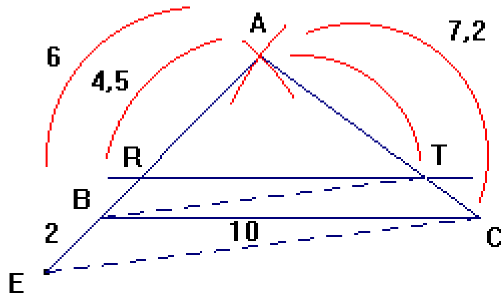
1° Construire un triangle ABC tel que
AB = 6 cm AC = 7,2 cm et BC = 10 cm
Placer les points R, T et E tels que :
R $\in$ [AB] et AR = 4,5 cm
T $\in$ [AC] et (RT) // (BC)
E $\in$ [AB) et E $\notin$ [AB] et BE = 2 cm

2° Calculer, en justifiant chaque réponse, les longueurs AT, TR et AE.

3° Les droites (BT) et (CE) sont elles parallèles ?
Justifier la réponse.

Réponse

1°



2° Les droites (BR) et (CT) sont sécantes en A.
Les droites (RT) et (BC) sont parallèles
Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AR}{AB} = \frac{AT}{AC} = \frac{RT}{BC}$$

$$\frac{4,5}{6} = \frac{AT}{7,2} = \frac{RT}{10}$$

$$AT = \frac{7,2 \times 4,5}{6} = 5,4 \text{ cm}$$

$$RT = \frac{10 \times 4,5}{6} = 7,5 \text{ cm}$$

B est un point du segment [AE]
Donc : AE = AB + BE = 6+2 = 8 cm

3° Les droites (EB) et (CT) sont sécantes en A.

D'une part $\frac{AB}{AE} = \frac{6}{8} = 0,75$

D'autre part : $\frac{AT}{AC} = \frac{5,4}{7,2} = \frac{54}{72} = 0,75$

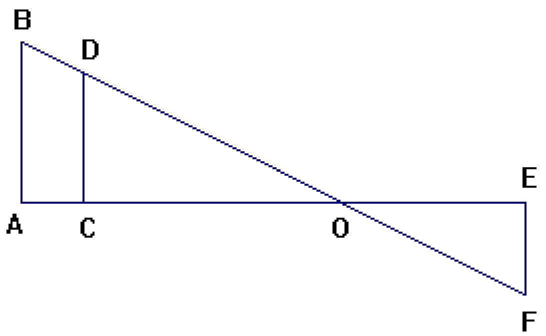
$\frac{AB}{AE} = \frac{AT}{AC}$ (*)

Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (BT) et (CE) sont parallèles.

(*) en plus les points A, B, E et A, T, C sont dans le même ordre.

Exercice 2

Sur le dessin ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, les points A, C, O et E sont alignés ainsi que les points B, D, O et F.
On no demande pas de reproduire la figure.
De plus, on donne les longueurs suivantes :
CO = 3 cm, AO = 3,5 cm, OB = 4,9 cm, CD = 1,8 cm, OF = 2,8 cm et OE = 2 cm.



1° Calculer, en justifiant, les longueurs OD et AB.
2° Prouver que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

Réponse

1° Les droites (BD) et (AC) sont sécantes en O.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{3}{3,5} = \frac{OD}{4,9} = \frac{1,8}{AB}$$

OD = $\frac{3 \times 4,9}{3,5}$ = 4,2 cm

AB = $\frac{3,5 \times 1,8}{3}$ = 2,1 cm

2° Les droites (BF) et (AE) sont sécantes en O.
D'une part $\frac{OE}{OA} = \frac{2}{3,5} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$

D'autre part : $\frac{OF}{OB} = \frac{2,8}{4,9} = \frac{28}{49} = \frac{4}{7}$

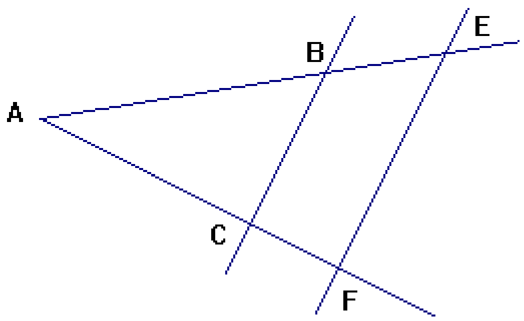
$\frac{OE}{OA} = \frac{OF}{OB}$ (*)
Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

(*) en plus les points E, O, A et F, O, B sont dans le même ordre.

Exercice 3

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur et n'est pas à reproduire.

ABC est un triangle tel que :
AB = 8 cm, AC = 6,4 cm et BC= 4,9 cm
Les points E et F sont tel que :
E $\in$ [AB) et AE = 12 cm
F $\in$ [AC) et AF = 9,6 cm



1° Le triangle ABC est-il rectangle ?
Justifier la réponse.
2° Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ?
Justifier la réponse.

Réponse

1° Le plus grand côté du triangle ABC est AB = 8 cm

D'une part :
$AB^2 = 8^2 = 64$
D'autre part :
$AC^2 + CB^2 = 6{,}4^2 + 4{,}9^2 = 40{,}96 + 24{,}01 = 64{,}9$
$AB^2 \neq AC^2 + CB^2$

Donc, d'après le théorème de Pythagore :
Le triangle ABC est rectangle n'est pas rectangle.

2° Les droites (EB) et (FC) sont sécantes en A.

D'une part $\frac{AB}{AE} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

D'autre part : $\frac{AC}{AF} = \frac{6{,}4}{9{,}6} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}$

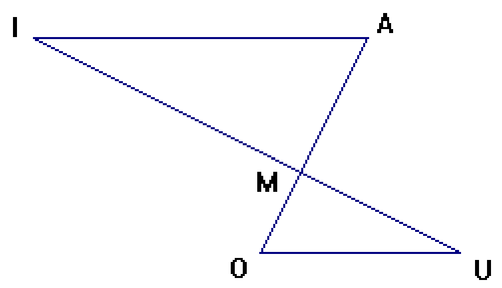
$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$ (*)

Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

(*) en plus les points A, B, E et A, C, F sont dans le même ordre.

Exercice 4

Sur la figure ci-dessous :
Les segments [OA] et [UI] se coupent en M.
MO = 21, MA = 27, MU = 28, MI = 36 et AI = 45.
L'unité de longueur est le millimètre.



1° Prouver que les droites (OU) et (AI) sont parallèles.
2° Calculer la longueur OU.
3° Prouver que le triangle AMI est rectangle.
4° Déterminer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{AIM}$.

Réponse

1° Les droites (UI) et (OA) sont sécantes en M.

D'une part $\frac{MO}{MA} = \frac{21}{27} = \frac{3\times 7}{3\times 9} = \frac{7}{9}$

D'autre part : $\frac{MU}{MI} = \frac{28}{36} = \frac{4\times 7}{4\times 9} = \frac{7}{9}$

$\frac{MO}{MA} = \frac{MU}{MI}$ (*)

Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (OU) et (IA) sont parallèles.
(*) en plus les points U, M, I et O, M, A sont dans le même ordre.

2° Les droites (OA) et (UI) sont sécantes en M.
Les droites (OU) et (IA) sont parallèles.
Donc, d'après le théorème de Thalès :

$\frac{MO}{MA} = \frac{MU}{MI} = \frac{OU}{AI}$

$\frac{21}{27} = \frac{28}{36} = \frac{OU}{45}$

OU = $\frac{21\times 45}{27}$ = 35 mm

3° D'une part :
AI² = 45² = 2025
D'autre part :
AM² + MI² = 27² + 36² = 729+ 1296 = 2025
AI² = AM² + MI²
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
Le triangle ABC est rectangle est rectangle en M.

4° Le triangle AMI est rectangle en M.

Donc :

$\cos \widehat{AIM} = \frac{IM}{IA}$

$\cos \widehat{AIM} = \frac{36}{45}$

$\widehat{AIM} = \cos^{-1}(\frac{36}{45})$

$\widehat{AIM} \approx 37°$

Exercice 5

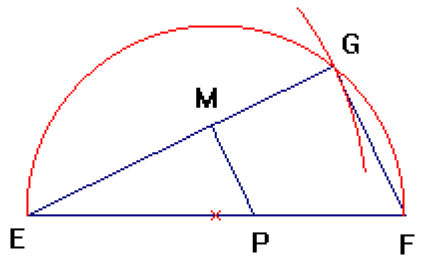
1° Tracer un segment [EF] de longueur 10 cm, puis un demi-cercle de diamètre [EF].
Placer le point G sur le demi-cercle tel que EG = 9 cm.

a) Démontrer que le triangle EFG est rectangle.
b) Calculer la longueur GF arrondie au mm.

2° Placer le point M sur le segment [EG] tel que EM = 5,4 cm et le point P sur le segment [EF] tel que EP = 6 cm.
Démontré que les droites (FG et (MP) sont parallèles.

Réponse

1°



a) Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre un côté du triangle alors le triangle est rectangle.

Le triangle EFG est inscrit dans le cercle de diamètre [EF].
Donc, le triangle EFG est rectangle en G.

b) Le triangle EFH est rectangle en G.
D'après le théorème de Pythagore,
$EF^2 = EG^2 + FG^2$
$10^2 = 9^2 + FG^2$
$100 = 81 + FG^2$
$FG^2 = 100 - 81$
$FG^2 = 19$
$FG = \sqrt{19}$
$FG \approx 4,4$ cm

2° Les droites (GM) et (FP) sont sécantes en E.

D'une part $\frac{EM}{EG} = \frac{5,4}{9} = 0,6$

D'autre part : $\frac{EP}{EF} = \frac{6}{10} = 0,6$

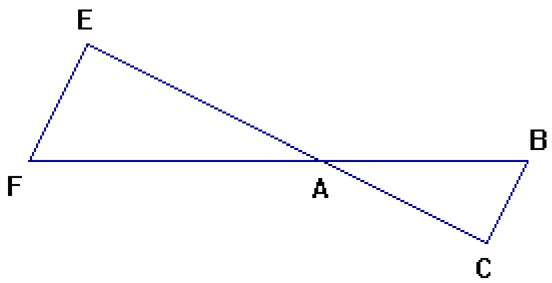
$\frac{EM}{EG} = \frac{EP}{EF}$ (*)

Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (MP) et (GF) sont parallèles.
(*) en plus les points E, M, G et E, P, F sont dans le même ordre.

Exercice 6

On considère la figure ci-dessous pour laquelle :
Les points E, A et C sont alignés ;
Les points F, A et B sont alignés ;
AF = 12 cm, AC = 5 cm, AB = 7,5 cm et AE = 8 cm.

La figure n'est pas à reproduire.



1° Montrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
2° Calculer la longueur EF sachant que BC = 5,5 cm.
Justifier la réponse.
3° Le triangle ABC est-il rectangle en C ? Justifier la réponse.

Réponse

1° Les droites (EC) et (FB) sont sécantes en A.

D'une part $\frac{AB}{AF} = \frac{7,5}{12} = 0,625$

D'autre part : $\frac{AC}{AE} = \frac{5}{8} = 0,625$

$\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE}$ (*)

Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
(*) en plus les points E, A, C et F, A, B sont dans le même ordre.

2° Les droites (EC) et (FB) sont sécantes en A.
Les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
Donc, d'après le théorème de Thalès :

$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AF} = \frac{BC}{EF}$

$\frac{5}{8} = \frac{7,5}{12} = \frac{5,5}{EF}$

EF = $\frac{8 \times 5,5}{5}$ = 8,8 cm

3° Le plus grand côté du triangle ABC est AB = 7,5 cm

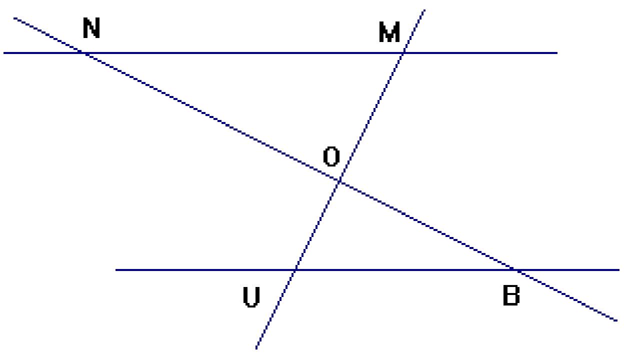
D'une part :
$AB^2 = 7,5^2 = 56,25$
D'autre part :
$AC^2 + CB^2 = 5^2 + 5,5^2 = 25 + 30,25 = 55,25$

$AB^2 \neq AC^2 + CB^2$
Donc, d'après le théorème de Pythagore :
Le triangle ABC est rectangle n'est pas rectangle.

Exercice 7

La figure ci-dessous, O $\in$ [UM], O $\in$ [BN] et les droites (MN) et (BU) sont parallèles.

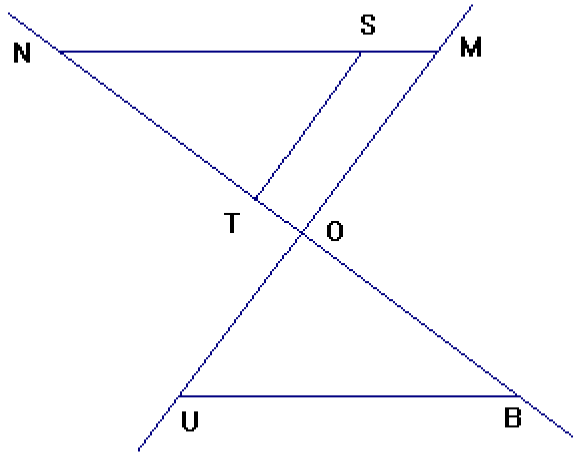
L'unité de longueur est le centimètre, on donne :
MN= 10, OM = 6, ON = 8 et MU = 8,7.



1° Construire la figure en vraie grandeur.
2° Calculer les longueurs BU et BO. Justifier chaque réponse.
3° S et T sont deux points tels que :
S $\in$ [MN], NS = 8, T $\in$ [ON] et NT = 6,5.
Les droites (TS) et (OM) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

Réponse

1°



2° Les droites (NB) et (MU) sont sécantes en O.
Les droites (NM) et (UB) sont parallèles.
Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OU}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{UB}{MN}$$

$$\frac{2,7}{6} = \frac{OB}{8} = \frac{UB}{10}$$

OB = $\frac{2,7 \times 8}{6}$ = 3,6 cm

UB = $\frac{2,7 \times 10}{6}$ = 4,5 cm

3° Les droites (MS) et (OT) sont sécantes en N.

D'une part $\frac{NS}{NM} = \frac{8}{10}$ = 0,8

D'autre part : $\frac{NT}{NO} = \frac{6,5}{8}$ = 0,812

$$\frac{NS}{NM} = \frac{NT}{NO}$$

Donc, d'après la contraposé du théorème de Thalès.
Les droites (TS) et (OM) ne sont pas parallèles.

Exercice 8

1° Construire un triangle RST rectangle en R tel que :
ST = 8 cm et RT = 4,8 cm

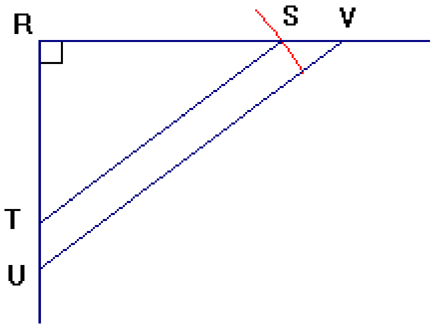
2° Montrer par un calcul que RS = 6,4 cm.

3° Sur la demi-droite [RT), placer un point U tel que RU = 6 cm.
Sur la demi-droite [RS), placer un point V tel que RV = 8 cm.

a) Montrer que les droites (TS) et (UV) sont parallèles.
b) Calculer UV. Justifier la réponse.

Réponse

1°



2° Le triangle RST est rectangle en R.
D'après le théorème de Pythagore,
$TS^2 = RT^2 + RS^2$
$8^2 = 4{,}8^2 + RS^2$
$64 = 23{,}04 + RS^2$
$RS^2 = 64 - 23{,}04$
$RS^2 = 40{,}96$
$RS = \sqrt{40{,}96}$
RS = 6,4 cm

3° a) Les droites (VS) et (UT) sont sécantes en R.

D'une part $\frac{RS}{RV} = \frac{6{,}4}{8} = 0{,}8$

D'autre part : $\frac{RT}{RU} = \frac{4{,}8}{6} = 0{,}8$

$\frac{RS}{RV} = \frac{RT}{RU}$ (*)

Donc, d'après la réciproque de Thalès.
Les droites (ST) et (VU) sont parallèles.
(*) en plus les points R, S, V et R, T, U sont dans le même ordre.

b) Les droites (VS) et (UT) sont sécantes en R.
Les droites (ST) et (VU) sont parallèles.
Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{RS}{RV} = \frac{RT}{RU} = \frac{TS}{UV}$$

$$\frac{6{,}4}{8} = \frac{4{,}8}{6} = \frac{8}{UV}$$

$$UV = \frac{8 \times 8}{6{,}4} = 10 \text{ cm}$$